Автономное учреждение
дополнительного профессионального образования
«Институт развития образования»
Ханты-Мансийского автономного округа - Югры

Указания по проведению олимпиады по физике муниципального этапа (2-го Всероссийского этапа) Всероссийской олимпиады школьников по физике в 2018/19 учебном году 9-11 классы

составлено с учетом рекомендаций
Центральной методической комиссии по физике Всероссийской олимпиады школьников

составитель: д.ф.м.-н., профессор ХМГМА – Вьюн В.А.

Ханты-Мансийск, 2018 г.

Оглавление

Введение

В настоящее время Всероссийская олимпиада школьников проводится в соответствии с последним положением о всероссийской олимпиаде школьников. В соответствии с этим положением, а также с новым положением в Ханты-Мансийском автономном округе проводятся школьный, муниципальный и региональный этапы всероссийской олимпиады школьников. Одним из принципиальных отличий от предыдущих лет является то, что муниципальный этап олимпиад на всех территориях автономного круга проводится строго по заданиям, разработанным региональной (окружной) методической комиссией, а региональный – по заданиям федеральной методической комиссии.

Порядок проведения муниципального этапа очень подробно и обстоятельно описан в [1]. Единственное, что можно изменить так это дополнить программу проведения мероприятий, например, для участников включить какие-то экскурсии, лекции, демонстрации и т.д.

Настоящие задания разработаны для проведения муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по физике на территории Ханты-Мансийского автономного округа - Югры в 2018-2019 учебном году. Подготовлены 3 пакета заданий для 9, 10 и 11 классов, которые удовлетворяют тематике, уровню и преемственности между этапами олимпиад по физике [2-4].

При разработке заданий этого года было учтено пожелание территорий, что хотя бы одна задача была достаточно трудной. Также учтено, чтобы не давать такие темы, которые еще в классах не проходили при обучении по разным программам.

Кроме самих заданий для школьников для жюри приводятся ответы и решения к заданиям, а также примерные критерии оценок. Более подробно об оценивании задач и проведении олимпиады см. «Методические рекомендации …» [1]. Все задачи в соответствии с установившейся практикой проведения этапов Всероссийских олимпиад по физике оцениваются одинаковым количеством баллов (в 10 баллов).

При оценивании выполнения заданий школьников для муниципального жюри принципиально необходимо сначала оценивать не поэтапное выполнение заданий, а полное его выполнение. Так, если школьник приводит не авторское решение и получает правильный ответ, то его необходимо оценивать полностью. При этом, естественно, надо зачислять баллы и за такие этапы решения, которые явно не прописаны, но имеются в виду и используются при решении. На олимпиадах это довольно частое явление. Поэтапные критерии оценивания предназначены для тех школьников, кто не полностью выполнил задание.

Нельзя давать баллы за выполненное задание, в котором нет решения и приводится только ответ.

Обязательно следует оценивать задания с позитивной точки зрения. В первую очередь в каждом школьном решении необходимо найти положительные моменты. В частности, ни в коем случае нельзя придираться к оформлению работ. За «плохое» оформление нельзя снимать баллы, не стоит следовать слишком догматично при оценке заданий олимпиадников.

Это все для того, чтобы наиболее справедливо выбрать более талантливых, а не наиболее аккуратных школьников. Конечно, хотелось бы, чтобы все талантливые были аккуратными, а все аккуратные талантливыми. Но это только пожелание и не всегда совмещается, особенно у начинающих олимпиадников.

При оценивании заданий муниципальная комиссия принципиально отвечает за то, чтобы школьники, отобранные для следующего регионального этапа, на котором они будут выполнять задания федеральной методической комиссии, не показали нулевые или очень низкие результаты.

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические).
5	Найдено решение одного из двух возможных случаев.
2-3	Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение.
0-1	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, или отсутствует.

Время выполнения заданий учениками, 9-11 классов - 3 часа 30 минут.

Литература:

1. Воронов А.А., Замятнин М.Ю., Слободянин В.П. Методические рекомендации по разработке заданий и требований к проведению школьного и муниципального этапов всероссийской олимпиады школьников в 2018/2019 учебном году по физике. Центральная предметно-методическая комиссия всероссийской олимпиады школьников по физике. – Москва, 2018 г.
2. Вьюн В.А. Югорские олимпиады школьников. Г.Ханты-Мансийск: РИО ИРО, 2010. – 236 с.
3. Вьюн В.А. Олимпиады по физике в Ханты-Мансийском автономном округе - Югре (2003 - 2013 гг.): сборник олимпиадных заданий муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников. - Ханты-Мансийск: Редакционно-издательский отдел АУ ДПО Ханты-Мансийского автономного округа - Югры "Институт развития образования", 2013. - 118 с.
4. Полный список литературы для подготовки к олимпиадам по физике дается в [1].

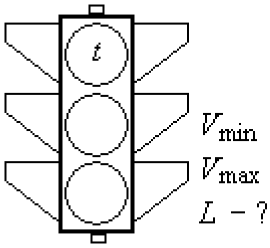
Спецификация заданий

Соответствие заданий программе Центральной методической комиссии [1]

Класс	**№ задания**	**№№ разделов программы из [1]**				
		7 кл.	**8 кл.**	**9 кл.**	**10 кл**	**11 кл.**
9 класс	1	2		1, 3		
	2	4		5, 6,7		
	3	8	3, 8	5, 6,7		
	4		2			
	5		1-4, 8, 10			
10 класс	1	2	1, 2, 3			
	2		1,3, 4			
	3	8				
	4			1, 5, 6		
	5			1, 5, 6, 11		
11 класс	1	2	1, 2, 3	1, 3		
	2			1, 4, 5		
	3			9-13		
	4	8		1	1-6	
	5		10	8, 9	8-10	

Задания для 9-ого класса

1. Выезд из города



1. Выезд из города. При выезде из города на многополосной дороге установлен последний светофор, который периодически закрывается на время t = 1 мин, чтобы пешеходы смогли перейти дорогу. При таком режиме работы светофора автомобили выезжают из города группами, между которыми образуются просветы. Считая, что разные автомобили едут с постоянной скоростью, находящейся в диапазоне скоростей от V_{min} = 60 км/ч до V_{max} = 80 км/ч, найдите, на каком расстоянии L от светофора просветы между группами машин исчезнут.

Решение:

За время выключения светофора t последняя самая медленная машина будет на расстоянии $L_1 = V_{min}t$ от светофора. После следующего включения светофора самая быстрая машина, движущаяся со скоростью V_{max}, должна сократить это расстояние с последней машиной, которая продолжает двигаться со своей скоростью V_{min}. Так как их скорость сближения $V_{сб} = V_{max} - V_{min}$, то это произойдет через некоторое время τ после открытия светофора на расстоянии L от него, которые равны

$\tau = L_1/V_{сб} = V_{min}t/(V_{max} - V_{min})$,

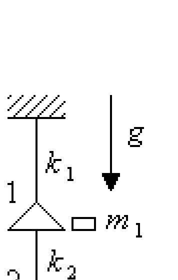
$L = V_{max}\tau = V_{min}V_{max}t/(V_{max} - V_{min})$.

Ответ: $L = V_{min}V_{max}t/(V_{max} - V_{min})$ = 4 км.

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Качественное объяснение просветов	1
Получение формулы $L_1 = V_{min}t$	2
Получение формулы для времени сближения τ	3
Получение окончательной формулы для L	3
Правильный числовой ответ	1
Сумма баллов:	**10**

2. Чаши на резинках



2. Чаши на резинках. К потолку на первой резинке жесткостью k_1 = 30 Н/м подвешена первая массивная чаша. К ней на второй резинке жесткостью k_2 = 10 Н/м - вторая массивная чаша. При этом в равновесии нижняя чаша находится на некоторой высоте от пола. Оказывается, что если на верхнюю чашу положить груз массой m_1 = 200 г, и осторожно ее отпустить то в равновесии нижняя чаша доходит до пола. Груз, какой массы m_2 необходимо было бы также положить не на верхнюю, а на нижнюю чашу, чтобы нижняя чаша тоже дошла до пола?

Решение:

Пусть h - расстояние от нижней чаши до пола в случае без грузов на чашах, g - ускорение свободного падения. По условию задачи дополнительное растяжение первой резинки в первом случае (при грузе m_1 на верхней чаше) и сумма растяжений обеих резинок во

втором случае (при грузе m_2 на нижней чаше) должны быть одинаковыми и равными h. Запишем это условие с учетом закона Гука и из него найдем необходимую массу груза:
$h = m_1g/k_1 = m_2g/k_1 + m_2g/k_2$,
$m_2 = m_1k_2/(k_1 + k_2) = 50$ г.
Отметим, что при этом в первом случае с грузом массой m_1 на верхней чаше дополнительная сила упругости первой резинки равна m_1g, а вторая дополнительно не растягивается. Во втором случае с грузом массой m_2 на нижней чаше дополнительная сила упругости каждой резинки равна m_2g.

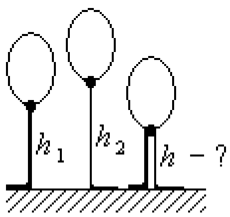
Ответ: $m_2 = m_1k_2/(k_1 + k_2) = 50$ г.

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Условие равенства сил упругости резинок во 2-ом случае	3
Формула для растяжения резинки в 1-ом случае	1
Формула для растяжения резинки во 2-ом случае	2
Приравниваение выражений для h в обоих случаях и получение выражения для m_2	3
Правильный числовой ответ	1
Сумма баллов:	**10**

3. Воздушный шар на веревках

3. Воздушный шар на веревках. Если к воздушному шару привязать толстую веревку, то он поднимается на высоту $h_1 = 3$ м, а если тонкую, то на высоту $h_2 = 6$ м. Найдите высоту h, на которую поднимется шар, если к нему привязать обе веревки. Считайте, что нижние концы веревок не прикреплены и свободно лежат на земле, а также нет ветра.



Решение:
Пусть ρ_1 и ρ_2 - соответствующие плотности веревок на единицу длины (то есть масса одного метра веревок), g - ускорение свободного падения, m - масса шара, F_A и $F = F_A - mg$ - действующие на шар сила Архимеда и подъемная сила соответственно. Тогда условия равновесия в трех случаях с h_1, h_2 и h записываются в виде
$(\rho_1h_1)g = F$,
$(\rho_2h_2)g = F$,
$(\rho_1h + \rho_2h)g = F$.
Прежде, чем решать эту систему уравнений, перепишем ее в следующем виде
$1/h_1 = \rho_1g/F$,
$1/h_2 = \rho_2g/F$,
$1/h = \rho_1g/F + \rho_2g/F = 1/h_1 + 1/h_2$,
$h = h_1h_2/(h_1 + h_2) = 2$ м.
Отметим, что в случае более, чем с двух веревок справедливо соотношение
$1/h = 1/h_1 + 1/h_2 + \ldots$.

Ответ: $h = h_1h_2/(h_1 + h_2) = 2$ м.

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Выражение массы веревки через длину	1
Запись 1-ого уравнения	1
Запись 2-ого уравнения	1

Запись 3-его уравнения	2
Решение системы уравнений для h	4
Правильный числовой ответ	1
Сумма баллов:	**10**

4. Переливалки

4. Переливалки. В таз с водой при температуре t_1 = 20 °C вливают чайник кипятка при температуре t_0 = 100 °C и температура воды становится равной t_2 = 40 °C.
а) Во сколько раз первоначальная масса воды в тазу больше массы воды в чайнике?
б) Сколько N всего чайников кипятка потребуется вылить в таз, чтобы температура воды в нем стала равной t_3 = 70 °C?
Теплоемкостью таза и теплообменом с окружающей средой можно пренебречь.

Решение:
Пусть M и m - масса первоначальной воды в тазу и чайнике соответственно, c - удельная теплоемкость воды. Тогда уравнения теплового баланса для случаев "заливки" одного и N чайников записываются в виде:
$Mct_1 + mct_0 = (M + m)ct_2$,
$Mct_1 + Nmct_0 = (M + Nm)ct_3$.
Из первого уравнения получаем
$M = m(t_0 - t_2)/(t_2 - t_1)$,
$M/m = (t_0 - t_2)/(t_2 - t_1) = 3$
и после подстановки полученного выражения для M во второе уравнение находим
$N = (t_0 - t_2)(t_3 - t_1)/[(t_0 - t_3)(t_2 - t_1)] = 5$.

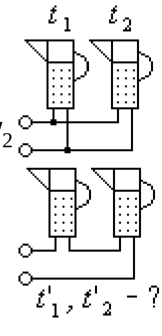
Ответ: а) $M/m = (t_0 - t_2)/(t_2 - t_1) = 3$; б) $N = (t_0 - t_2)(t_3 - t_1)/[(t_0 - t_3)(t_2 - t_1)] = 5$.

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	**Число баллов**
Выражение для внутренней энергии через удельную теплоемкость	1
Запись 1-ого уравнения	1
Запись 2-ого уравнения	2
Решение для M и M/m	2
Решение для N	3
Правильный числовой ответ	1
Сумма баллов:	**10**

5. Опыты с чайниками

5. Опыты с чайниками. В два разных электрических чайника заливают одинаковое количество воды и включают их в сеть параллельно. После этого вода в первом чайнике закипает через t_1 = 4 мин, а во втором - через t_2 = 8 мин. Через какое время такое же количество воды закипит в первом t'_1 и во втором t'_2 чайниках, если их включить в сеть последовательно? Считайте, что отдачей тепла окружающей среде и теплоемкостью чайников можно пренебречь, а чайники полностью не выкипают.



Решение:
Пусть U - напряжение в сети, Q- количество тепла, которое необходимо передать воде для

ее нагревания до кипения, R_1 и R_2 - сопротивление нагревательной спирали первого и второго чайника соответственно. Тогда с учетом закона Джоуля-Ленца
(1): $Q = U^2t_1/R_1$,
(2): $Q = U^2t_2/R_2$,
(3): $Q = U^2R_1t'_1/(R_1 + R_2)^2$,
(4): $Q = U^2R_2t'_2/(R_1 + R_2)^2$,
где учтено, что при параллельном соединении на чайниках одинаковое напряжение U, а при последовательном - через них протекает одинаковый ток силой $U/(R_1 + R_2)$.
Решение системы уравнений (1)-(4) можно провести, например, следующим образом. Из (1) и (2) выразить R_1 и R_2 и подставить эти значения в (3) и (4). Тогда в (3), (4) Q и U сокращаются и находятся значения
$t'_1 = (t_1 + t_2)^2/t_1 = 36$ мин,
$t'_2 = (t_1 + t_2)^2/t_2 = 18$ мин.
Интересно заметить, что если в первом случае первый чайник закипал в два раза быстрее, то во втором случае второй чайник стал закипать в два раза быстрее.

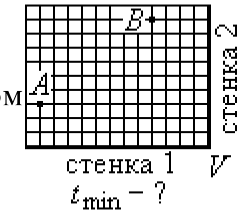
Ответ: $t'_1 = (t_1 + t_2)^2/t_1 = 36$ мин, $t'_2 = (t_1 + t_2)^2/t_2 = 18$ мин.

Критерии оценивания:

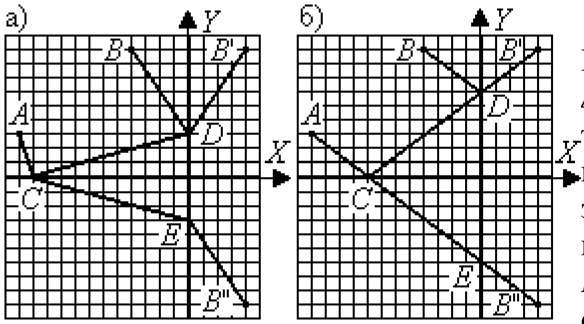
Шаги выполнения задания	**Число баллов**
Запись 1-ого уравнения	1
Запись 2-ого уравнения	1
Сопротивление и сила тока при последовательном соединении чайников	1
Запись 3-его уравнения	2
Запись 4-ого уравнения	2
Решение системы уравнений для h	2
Правильный числовой ответ	1
Сумма баллов:	**10**

Задания для 10-ого класса

1. Игра в спортзале



1. Игра в спортзале. В спортзале дети играют в такую игру. Выигрывает тот, кто быстрее всех добежит из точки A в точку B так, чтобы коснуться первой и второй стенок, показанных на плане, на котором размер квадратных ячеек равен 3×3 м^2. За какое минимальное время t_{min} детям это удастся сделать, если все они бегают с одинаковой постоянной скоростью V = 4 м/с?



Решение:
Пусть кто-то из детей бежит по траектории $ACDB$. Остается разобраться, когда путь по этой траектории будет самым коротким. Для этого, как показано на рисунке (а), отрезок BD отразим зеркально относительно оси OY, проведенной вдоль второй стенки. При этом BD перейдет в $B'D$. Затем CD и $B'D$ отразим зеркально относительно оси OX, проведенной вдоль первой стенки. При этом эти отрезки перейдут в CE и EB''. Так как при таких зеркальных отражениях
$CD = CE$, $BD = B'D = EB''$,
то $AC + CD + BD = AC + CE + EB''$.
То есть длины ломаных линий $ACDB$ и $ACEB''$ равны. Если не понятно, когда длина ломаной $ACDE$ будет минимальной, то длина ломаной $ACEB''$ будет минимальной тогда, когда она является прямым отрезком, как показано на рисунке (б). Остается найти длину отрезка AB'' на рисунке (б). Поскольку в соответствии с этим рисунком проекция AB'' на ось OX равна 16 клеткам, а на ось OY - 12 клеткам, то по теореме Пифагора
$AB'' = (16^2 + 12^2)^{1/2} = 20$ клеток.
Если еще учесть, что сторона одной клетки по условию задачи равна 3 м, то кратчайшее расстояние и минимальное время для детей соответственно равны
$S_{min} = 20 \cdot 3$ м = 60 м,
$t_{min} = S_{min}/V = 60/4 = 15$ с.
Интересно отметить, что дети должны бежать так, чтобы в точках C и E углы "падения" к стенкам были равны углам "отражения" от них. Если представить стенки зеркальными и из точки A посветить фонариком с узким лучом на первую стенку так, чтобы луч после двойного отражения от стенок попал в точку B, то необходимо светить по направлению бега детей, так как для света угол падения равен углу отражения от зеркала.

Ответ: t_{min} = 15 с.

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Выбор правильной траектории движения, например, путем зеркального отражения от одной стены	2
Выбор правильной траектории движения, например, путем зеркального отражения от другой стены	2
Изображение правильной траектории	2
Отыскание правильной длины пути	2

Получение ответа для t_{min}	2
Сумма баллов:	**10**

2. Реактивная ракета

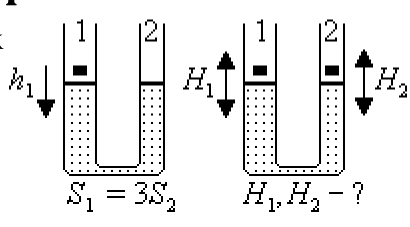
2. Исследовательская реактивная ракета после старта с поверхности земли в течение некоторого времени двигалась вертикально вверх с включенным двигателем с ускорением g = 10 м/с^2, равным по величине ускорению свободного падения. На какой высоте h был отключен двигатель и какое время τ он работал, если ракета после старта упала на землю через время t = 20 с? Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Решение:
Перемещение ракеты на первом участке с включенным двигателем и с направленным вертикально вверх ускорением g равно $x_1 = g\tau^2/2$, скорость в конце этого и начале второго участка равна $V_0 = \tau$.
На втором участке с выключенным двигателем будет свободное падение ракеты с направленным вертикально вниз ускорением g и начальной скоростью V_0. При этом ее перемещение за время $\tau' = t - \tau$ равно
$x_2 = V_0\tau' - g\tau'^2/2 = gt_1(t - \tau) - g(t - \tau)^2/2$.
Полное перемещение ракеты по условию задачи равно нулю и поэтому
$x_1 + x_2 = g(-2\tau^2 + 4\,t\tau - t^2)/2 = 0$,
Из решения последнего квадратного уравнения получаем
$\tau = (2 \pm 2^{1/2})t/2$.
Поскольку $\tau < t$, то необходимо взять решение со знаком "-" и тогда:
$\tau = (2 - 2^{1/2})t/2 = 6$ с,
$h = g\tau^2/2 = (2^{1/2} - 1)^2gt^2/4 \approx 180$ м.
Ответ: $h = (2^{1/2} - 1)^2gt^2/4 \approx 180$ м, $\tau = (2 - 2^{1/2})t/2 = 6$ с.

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Выражение для x_1	1
Идея дальнейшего равнозамедленного движения с ускорение свободного падения	1
Выражение для x_2	1
Уравнение $x_1 + x_2 = 0$	2
Решение этого уравнения для τ с выбором правильного корня	2
Выражение для h	2
Правильные числовые значения	1
Сумма баллов:	**10**

3. Сообщающиеся сосуды с поршнями



3. Сообщающиеся сосуды с поршнями. В вертикальных сообщающихся сосудах площадь поперечного сечения у левого сосуда в 3 раза больше, чем у правого. В сосуды налита жидкость и сверху в каждом сосуде над жидкостью установлен легкий (невесомый) поршень. Естественно, что в первоначальном положении в равновесии оба поршня находятся на одной высоте. Оказалось, что если сверху на левый поршень положить груз с некоторой массой, то поршень опускается на $h_1 = 3$ см от своего первоначального положения. Предскажите, на сколько сантиметров H_1 и H_2 и в какую сторону (вверх или вниз) сместятся поршни после установления равновесия, если сверху на каждый из них положить по такому же грузу с той же массой. Считайте, что поршни двигаются без трения и жидкость несжимаема, а также жидкость не выливается из сосудов, поршни не доходят до дна сосудов.

Решение:

Введем следующие обозначения: $S_1 = 3S$ и $S_2 = S$ - площади поперечного сечения левого и правого сосудов соответственно; g - ускорение свободного падения, ρ - плотность жидкости, m - масса одного груза, $P_а$ - атмосферное давление; h_2 - высота, на которую поднялся правый поршень от своего первоначального положения в случае, когда на левом лежит груз массой m, и он опустился на h_1; H_1 и H_2 - высота, на которую соответственно поднимается левый поршень и опускается правый от своих первоначальных положений в случае, когда на каждом из них лежит по грузу массой m.

Тогда в случае, когда на левом поршне лежит груз массой m, из-за несжимаемости жидкости можем записать:

$S_1h_1 = S_2h_2$,

$(3S)h_1 = Sh_2$,

(1): $h_2 = 3h_1$.

Так как правый поршень находится на $(h_1 + h_2) = 4h_1$ выше левого, то, приравнивая давления в жидкости на уровне левого поршня с учетом атмосферного давления, давления левого поршня и гидростатического давления можем записать:

(2): $mg/S_1 + P_а = \rho g(h_1 + h_2) + P_а$,

$mg/(3S) = 4\rho gh_1$,

(3): $mg = 12\rho gh_1S$.

Аналогично в случае, когда на левом и правом поршнях лежат по грузу массой m, и левый поднялся на H_1, а правый опустился на H_2 от своих первоначальных положений. При этом из-за несжимаемости жидкости можем получить, что смещение правого поршня в 3 раза больше, чем у левого:

$S_1H_1 = S_2H_2$,

$3SH_1 = SH_2$,

(4): $H_2 = 3H_1$.

Так как правый поршень находится на $(H_1 + H_2) = 4H_1$ выше левого, то, приравнивая давления в жидкости на уровне правого поршня, с учетом атмосферного давления, давления поршней и гидростатического давления можем записать

(5): $mg/S_2 + P_а = mg/S_1 + \rho g(H_1 + H_2) + P_а$,

$mg/S = mg/(3S) + 4\rho gH_1$,

(6): $H_1 = [mg/S - mg/(3S)]/(4\rho g) = mg/(6\rho gS) =$

$= (12\rho gh_1S)/(6\rho gS) = 2h_1 = 6$ см,

где при преобразовании подставлено полученное выше выражение для mg.

Так как смещение правого поршня в 3 раза больше, чем у левого, то

(7): $H_2 = 3H_1 = 6h_1 = 18$ см.

Поскольку знаки полученных выражений для H_1 и H_2 положительные, то предположение, что левый поршень поднимается, а правый опускается верно. Это и так физически понятно, так как площадь правого поршня меньше, чем у левого и поэтому давление последнего больше, и он будет опускаться. Еще отметим, что ответ от величины атмосферного давления $P_а$ не зависит.

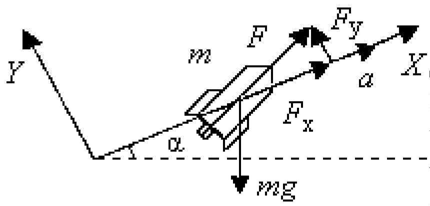
Ответ: $H_1 = 2h_1 = 6$ см - вверх, $H_2 = 6h_1 = 18$ см - вниз.

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Получение (1)	1
Запись (2) и получение (3)	2
Получение (4)	1
Запись (5) и получение (6)	4
Получение (7)	1
Правильные числовые значения	1
Сумма баллов:	**10**

4. Полет реактивной ракеты

4. Полет реактивной ракеты. Выпущенная в цель ракета массой m движется с ускорением a строго по прямой линии под углом α к горизонту. Найдите силу тяги F двигателя ракеты. Сопротивлением воздуха можно пренебречь, ускорение свободного падения g.



Решение:

Действующие на ракету силы тяги F и тяжести mg показаны на рисунке. Выберем систему координат так, чтобы ось OX была направлена по направлению вектора ускорения a, а ось OY - перпендикулярно оси OX в вертикальной плоскости. Обозначим проекции силы тяги F на выбранные оси, как F_x и F_y. С учетом этих обозначений для ракеты запишем второй закон Ньютона в проекциях на выбранные оси:

$F_x - mg\sin\alpha = ma,$

$F_y - mg\cos\alpha = 0.$

Эти уравнения позволяют найти проекции сил

$F_x = mg\sin\alpha + ma,$

$F_y = mg\cos\alpha$

и через них с учетом теоремы Пифагора выразить модуль силы:

$F = (F_x^2 + F_y^2)^{1/2} = [(mg\sin\alpha + ma)^2 + (mg\cos\alpha)^2]^{1/2} =$

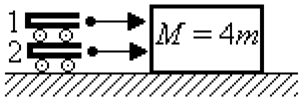
$= m(a^2 + 2ag\sin\alpha + g^2)^{1/2}.$

Ответ: $F = m(a^2 + 2ag\sin\alpha + g^2)^{1/2}.$

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Выбор системы координат	1
Запись 1-ого уравнение в этой системе координат и его решение	2
Запись 2-ого уравнение в этой системе координат и его решение	2
Выражение модуля силы через проекции	1
Получение окончательной формулы для модуля силы	4
Сумма баллов:	**10**

5. Взаимодействие шариков с бруском



5. В опытах по взаимодействию пластилиновых шариков с деревянным бруском массой $M = 4m$ используют две разные пружинные пушки, которые могут стрелять в горизонтальном направлении пластилиновыми шариками массой $m_1 = m$ и $m_2 = 2m$. Пластилиновые шарики после выстрела в покоящийся брусок прилипают к нему, и брусок смещается от своего первоначально положения. Оказалось, что после выстрела первой пушкой брусок до остановки смещается от своего первоначального положения на $x_1 = 4$ см, а после выстрела в такой же брусок второй пушкой - на $x_2 = 9$ см. Предскажите, на какое расстояние x сместится такой же брусок после выстрела в одном направлении обеими пушками одновременно (выстрела залпом). Считайте, что брусок после прилипания к нему шариков не переворачивается, а только скользит по плоскости.

Решение:

Введем следующие дополнительные обозначения: g - ускорение свободного падения, μ - коэффициент трения между бруском и шероховатой плоскостью; V_1 и U_1 - скорость первого шарика до попадания его в брусок и скорость бруска вместе с прилипшим к нему этим шариком сразу после попадания в первом опыте; V_2 и U_2 - скорость второго шарика до попадания его в брусок и скорость бруска вместе с прилипшим к нему этим шариком сразу после попадания во втором опыте; U - скорость бруска вместе с прилипшими к нему двумя шариками сразу после их прилипания в случае одновременного выстрела.

Так как брусок после прилипания шариков из-за действующей на него силы трения движется равнозамедленно с величиной ускорения $a = \mu g$, то в соответствии с кинематикой равноускоренного движения начальная скорость бруска в каждом опыте равна

(1): $U_1 = (2ax_1)^{1/2} = (2\mu g x_1)^{1/2}$,

(2): $U_2 = (2ax_2)^{1/2} = (2\mu g x_2)^{1/2}$.

Закон сохранения импульса в этих двух опытах записывается в виде:

(3): $m_1V_1 = (m_1 + M)U_1$,

(4): $m_2V_2 = (m_2 + M)U_2$.

Из системы последних двух уравнений находим выражения для скоростей шариков до их попадания в брусок:

(5): $V_1 = (m_1 + M)U_1/m_1 = (m + 4m)(2\mu g x_1)^{1/2}/m = 5(2\mu g x_1)^{1/2}$,

(6): $V_2 = (m_2 + M)U_2/m_2 = (2m + 4m)(2\mu g x_2)^{1/2}/(2m) = 3(2\mu g x_2)^{1/2}$,

где при преобразовании подставлены заданные по условию задачи массы всех тел и полученные выше выражения для U_1 и U_2.

В случае выстрела залпом также из закона сохранения импульса находим скорость бруска U с прилипшими к нему двумя шариками сразу после их прилипания:

(7): $m_1V_1 + m_1V_2 = (m_1 + m_2 + M)U$,

(8): $U = (m_1V_1 + m_1V_2)/(m_1 + m_2 + M) =$

$= (m\cdot 5(2\mu g x_1)^{1/2} + (2m)\cdot 3(2\mu g x_2)^{1/2})/(m + 2m + 4m) =$

$= (2\mu g)^{1/2}(5\cdot x_1^{1/2} + 6\cdot x_2^{1/2})/7$,

где при преобразовании подставлены заданные по условию задачи массы всех тел и полученные выше выражения для V_1 и V_2. С такой начальной скоростью U брусок будет двигаться равнозамедленно до остановки и в соответствии с кинематикой равноускоренного движения пройдет путь

(9): $x = U^2/(2a) = [(2\mu g)^{1/2}(5\cdot x_1^{1/2} + 6\cdot x_2^{1/2})/7]^2/(2\mu g) =$

$= [(5\cdot x_1^{1/2} + 6\cdot x_2^{1/2})/7]^2 = 16$ см.

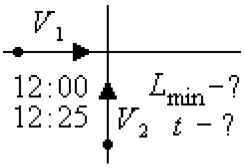
Ответ: $x = [(5\cdot x_1^{1/2} + 6\cdot x_2^{1/2})/7]^2 = 16$ см.

Критерии оценивания:

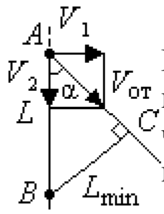
Шаги выполнения задания	Число баллов
Кинематические формулы (1) и (2) или они же из закона сохранения энергии	2
Закон сохранения импульса (3) и (4)	2
Получение формул (5) и (6) для скоростей	1
Закон сохранения импульса (7)	2
Его решение	1
Кинематическое соотношение и ответ	2
Сумма баллов:	**10**

Задания для 11-ого класса

1. Пересечение перекрестка машинами



1. Пересечение перекрестка машинами. Легковая и грузовая машины движутся по двум взаимно перпендикулярным дорогам со скоростями V_1 = 80 км/ч и V_2 = 60 км/ч соответственно и без остановки пересекают перекресток. Легковая машина доехала к перекрестку ровно в 12 ч, а грузовая - в 12 ч 25 мин. В какое время и на какое минимальное расстояние машины сблизились при своем движении?



Решение:

В момент времени, когда первая машина пересекала перекресток, вторая была на расстоянии $L = V_2\tau$ = 25 км от перекрестка, где τ = 25 мин = 5/12 ч. Найдем, через какое время t после этого расстояние между машинами было минимальны и чему равно это расстояние.

Для этого перейдем в систему отсчета второй машины. В такой системе отсчета первая машина начинает двигаться из точки A по прямой AC с относительной скоростью

$V_{от} = (V_1^2 + V_2^2)^{1/2}$,

а вторая машина покоится в точке B, как показано на рисунке. Минимальное расстояние между машинами равно длине перпендикуляра BC к AC и его находим из подобия прямоугольных треугольника ΔACB и треугольника с катетом V_2 и гипотенузой $V_{от}$, у которых общий отмеченный угол α:

$BC/AB = V_1/V_{от}$,

$L_{\min}/L = V_1/(V_1^2 + V_2^2)^{1/2}$,

$L_{\min} = LV_1/(V_1^2 + V_2^2)^{1/2} = \tau V_1 V_2/(V_1^2 + V_2^2)^{1/2}$ = 20 км.

Для нахождения времени t также из подобия отмеченных выше прямоугольных треугольников найдем длину отрезка AC и тогда:

$AC/AB = V_2/V_{от}$,

$AC/L = V_2/(V_1^2 + V_2^2)^{1/2}$,

$AC = LV_2/(V_1^2 + V_2^2)^{1/2}$,

$t = AC/V_{от} = LV_2/(V_1^2 + V_2^2) =$

$= \tau V_2^2/(V_1^2 + V_2^2)$ = 3/20 ч = 9 мин.

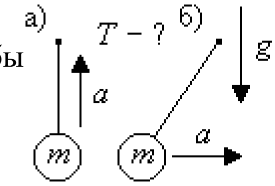
Это значит, что минимальное расстояние между автомобилями $L_{\min}$ было в 12 ч 9 мин.

Ответ: В 12 ч 9 мин, $L_{\min} = \tau V_1 V_2/(V_1^2 + V_2^2)^{1/2}$ = 20 км, $t = \tau V_2^2/(V_1^2 + V_2^2)$ = 3/20 ч = 9 мин, где τ = 25 мин.

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Получение относительной скорости и направления движения	3
Решение геометрической задачи для минимального расстояния	3
Получение минимального времени движения	3
Правильные числовые значения	1
Сумма баллов:	**10**

2. Тянем на нити шар



2. Тянем на нити шар. С какой силой T необходимо тянуть за свободный конец нить с подвешенным тяжелым шаром массой m, чтобы он двигался с постоянным ускорением a
а) вертикально вверх,
б) горизонтально?
Сопротивлением воздуха можно пренебречь, ускорение свободного падения g.

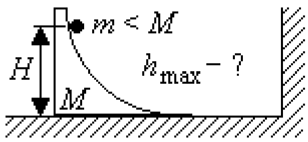
Решение:
а) В случае движения шара по вертикали с учетом направленной вертикально вверх силы натяжения нити T и направленной вертикально вниз силы тяжести mg из второго закона Ньютона получаем:
(1): $T - mg = ma$,
(2): $T = m(g + a)$.
б) Пусть α - угол между нитью и горизонталью. Тогда второй закон Ньютона для шара в проекциях по вертикали и горизонтали записывается в виде
(3): $T \sin \alpha - mg = 0$,
(4): $T \cos \alpha = ma$.
После возведения в квадрат и суммирования правых и левых частей последних двух уравнений получаем:
$T^2 \sin^2\alpha + T^2 \cos^2\alpha = T^2 = m(g^2 + a^2)$,
(5): $T = m(g^2 + a^2)^{1/2}$.

Ответ: а) $T = m(g + a)$; б) $T = m(g^2 + a^2)^{1/2}$.

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	**Число баллов**
Уравнение (1) и его решение (2)	2
Уравнения (3) и (4)	5
Их решение	3
Сумма баллов:	**10**

3. Скатиться и догнать



3. Скатиться и догнать. На горизонтальной плоскости установлен клин массой M, поверхность которого в нижней части плавно переходит в горизонтальную. С поверхности клина, с высоты H без толчка отпускают маленький шарик массой m, которая меньше массы клина. Шарик скатывается с клина на горизонтальную плоскость, абсолютно упруго отражается от вертикальной стенки в обратном направлении и затем догоняет клин. Найдите максимальную высоту $h_{\max}$, на которую поднимется шарик, когда догонит клин. Считайте, что трением везде можно пренебречь и клин не переворачивается.

Решение:
Пусть шарик скатится с клина с направленным вправо импульсом p. Тогда из закона сохранения импульса клин будет иметь такой же по величине импульс, направленный влево. После абсолютно упругого столкновения шарика со стенкой он будет иметь такой же импульс, направленный влево. Когда шарик догонит клин и поднимется на максимальную высоту, он относительно клина не будет двигаться, и в соответствии с законом сохранения импульса общий импульс системы будет равен $2p$. С учетом этого два раза запишем закон сохранения энергии:

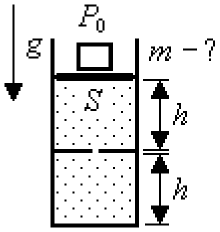
(1): $p^2/(2m) + p^2/(2M) = mgH$,
(2): $(2p)^2/[2(m + M)] + mgh_{max} = mgH$,
где g - ускорение свободного падения.
Из второго уравнения после подстановки в него выражения для p^2, полученного из первого уравнения, находим
$h_{max} = H[(M - m)/(m + M)]^2$.

Ответ: $h_{max} = H[(M - m)/(m + M)]^2$.

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Закон сохранения импульса, что импульс у тел одинаков при разъезде и двойной ни наезде	3
Запись закона сохранения энергии в виде, аналогичной (1)	2
Запись закона сохранения энергии в виде, аналогичной (2)	3
Решение системы уравнений и получение ответа	2
Сумма баллов:	**10**

4. Сжатие газа в цилиндре



4. Сжатие газа в цилиндре. В гладком вертикальном цилиндрическом сосуде с невесомым поршнем площадью $S = 1$ см^2 находится одноатомный идеальный газ. Сосуд внутри разделен пополам неподвижной горизонтальной перегородкой с небольшим отверстием. Первоначально вся система находится в равновесии. Какой массы m необходимо на поршень сверху осторожно (без толчка) положить груз, чтобы поршень, медленно опускаясь, "дошел" до перегородки? Атмосферное давление P_0 = 100 кПа, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Газ в сосуде можно считать теплоизолированным, то есть стенки сосуда и поршень не проводят тепло. *Напомним,* что внутренняя энергия одноатомного идеального газа дается формулой $U = (3/2)PV$, где P и V - давление и объем газа.

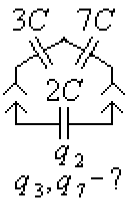
Решение:
Найдем такую минимальную массу груза m, при которой поршень доходит до перегородки. Учтем, что из-за невесомости поршня первоначальное давление газа в сосуде равно атмосферному давлению P_0, а конечное давление с грузом на поршне станет равным
(1): $P = P_0 + mg/S$.
Тогда по закону сохранения энергии
(2): $(3/2)P_0[S(2h)] + P[S(2h - h)] = (3/2)P(Sh)$.
Здесь h - половина высоты первоначального столба газа в сосуде, второе слагаемое в левой части равно работе сил тяжести и атмосферного давления над газом. Другие слагаемые учитывают первоначальную и конечную внутреннюю энергию одноатомного газа. Из последнего уравнения после подстановки в него выражения для P получаем минимальную массу груза:
$(3/2)P_0[S(2h)] + (P_0 + mg/S)[S(2h - h)] = (3/2)(P_0 + mg/S)(Sh)$,
$m = 5P_0S/g = 5$ кг.
Тогда поршень доходит до перегородки при
$m > 5P_0S/g$.

Ответ: $m > 5P_0S/g = 5$ кг.

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Формула (1)	2
Правильная запись закона сохранения энергии (2)	5
Решение системы уравнений (1), (2)	2
Доведение до правильного числового значения	1
Сумма баллов:	**10**

5. Зарядка конденсаторов



5. Зарядка конденсаторов. Конденсатор емкостью $2C$ подключили к источнику постоянного тока и зарядили до заряда q_2 = 82 мкКл. После зарядки его отключили от источника и подсоединили к двум первоначально незаряженным и последовательно соединенным конденсаторам емкостью $3C$ и $7C$. Какие соответствующие заряды q_3 и q_7 после этого окажутся на конденсаторах $3C$ и $7C$?

Решение:
Емкость двух последовательно соединенных конденсаторов $3C$, $7C$ и параллельно подключенного к ним конденсатора $2C$ равна
$C_x = 2C + (3C)(7C)/(3C + 7C) = (41/10)C$.
Так как они заряжаются первоначальным зарядом q_2, то напряжение на них установится равным
$U_x = q_2/C_x = 10q_2/(41C)$.
Емкость последовательно соединенных конденсаторов $3C$ и $7C$ равна
$C_y = (3C)(7C)/(3C + 7C) = (21/10)C$.
Поскольку напряжение на этих последовательно соединенных конденсаторах равно U_x, то заряд на них и на каждом конденсаторе равен
$q_3 = q_7 = C_yU_x = (21/41)q_2$ = 42 мкКл.

Ответ: $q_3 = q_7 = (21/41)q_2$ = 42 мкКл.

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Получение выражения для U_x	3
Получение выражения для C_y	2
Идея, что $q_3 = q_7$	1
Получение выражений для q_3, q_7	2
Правильные числовые значения	1
Сумма баллов:	**10**