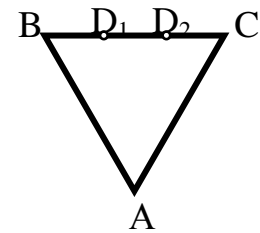


1. Встреча.

Два мальчика одновременно побежали из одной точки А по разным сторонам треугольной дорожки и одновременно прибежали в точку D_1 . $AB=BC=AC$, точки D_1 и D_2 делят BC на три равные части. 1) Какова скорость медленного мальчика, если скорость быстрого 5 м/с? 2) Во сколько раз должен увеличить свою скорость бежавший медленно, чтобы, при прежней скорости другого, встреча произошла в точке D_2 ?



Решение:

- Обозначим длину BD_1 за l . Тогда первый мальчик пробежал расстояние $l_1 = 4l$, а второй - расстояние $l_2 = 5l$. Сделали они это за одно и то же время t_1 . **(2 балла)**
- Это означает, что скорость быстрого в $n = \frac{l_1}{l_2} = \frac{5l}{4l} = 1,25$ раза больше скорости медленного. **(2 балла)**
- Поделим скорость быстрого на это число, получим значение скорости медленного: $v_2 = \frac{v_1}{n} = \frac{5 \text{ м/с}}{1,25} = 4 \text{ м/с}$. **(2 балла)**
- Если встреча произойдет в точке D_2 , то теперь первый мальчик пробежит расстояние - $l_2 = 5l$, а второй - - расстояние $l_1 = 4l$. То есть скорость мальчика, бывшего «медленным» теперь будет БОЛЬШЕ скорости «быстрого» в 1,25 раза. **(2 балла)**
- Значит, она будет равна $V_2 = 1,25v_1 = 1,25 \cdot 5 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 6,25 \text{ м/с}$.
- Чтобы встреча двух мальчиков при прежней скорости другого, произошла в точке D_2 , медленный мальчик должен увеличить свою скорость в $6,25/4 = 1,5625$ раза. **(2 балла)**

Ответ: 1) 4 м/с; 2) в 1,5625 раза.

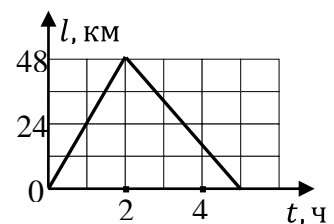
За каждое верно выполненное действие баллы складываются.

При арифметической ошибке (в том числе ошибке при переводе единиц измерения) оценка снижается на 1 балл.

Максимум за задание – 10 баллов.

2. Поездка.

Два автомобиля одновременно по одной дороге выехали из одного города, и одновременно прибыли в другой. Первый ехал по трассе некоторое время со скоростью $v_1 = 120 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, затем снизил скорость до $v_2 = 80 \text{ км/ч}$. Второй автомобиль двигался всё время со скоростью $v = 96 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. График зависимости расстояния между ними от времени



показан на рисунке. 1) Какое расстояние между этими городами? 2) Определите, какая машина первой прошла точку, лежащую на полпути, и на сколько минут она опередила вторую.

Решение:

- По графику видно, когда поездка началась (расстояние между машинами равно нулю, момент времени $t_0 = 0$ ч), и когда закончилась (расстояние между машинами равно нулю, момент времени $t_1 = 5$ ч). То есть время поездки $t = 5$ ч. **(2 балла)**
- Вторая машина потратила на проезд половины пути половину времени $t_2 = 2,5$ ч = 150 минут. **(2 балла)**
- Второй автомобиль ехал всё время с одной скоростью, можно найти пройденное им расстояние: $l = v_2 t = 96 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 5 \text{ ч} = 480$ км. Половина пути составляет $l_2 = 240$ км. **(2 балла)**
- Первая машина ехала $t_1 = 2$ часа со скоростью 120 км/ч, затем изменила свою скорость (определили это по графику). За это время она проехала расстояние $l_1 = v_1 t_1 = 120 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 2 \text{ ч} = 240$ км, - половину пути! **(2 балла)**.
- Следовательно, первой проехала точку на полпути первая машина. Она опередила вторую на $\Delta t = t_2 - t_1 = 150$ минут – 120 минут = 30 минут. **(2 балла)**

Ответ: 1) 480 км; 2) первая машина точку на половине пути проехала раньше второй на 30 минут.

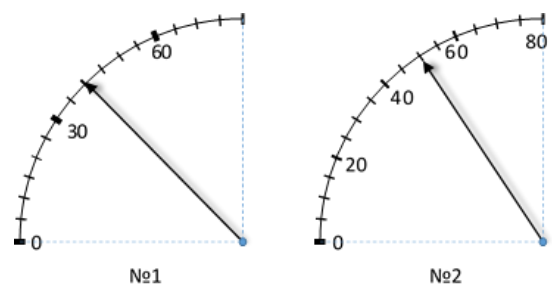
За каждое верно выполненное действие баллы складываются.

При арифметической ошибке (в том числе ошибке при переводе единиц измерения) оценка снижается на 1 балл.

Максимум за задание – 10 баллов.

3. Два спидометра.

Спидометр - это прибор, показывающий скорость движения автомобиля. В российских машинах показания прибора даются в км/ч, в английских машинах – в милях в час. На рисунке показаны спидометры двух разных машин (русской и английской), скорости которых отличаются в два раза. Приняв, что 1 миля равна 1,6 км, определите, спидометр под каким номером стоит на английской машине, цену его деления и его показания.



Решение:

- Предположим, что машина №1 – российская, а №2 – английская. Тогда цена деления для спидометра российской машины $K_1 = \frac{60 \frac{\text{км}}{\text{ч}} - 30 \frac{\text{км}}{\text{ч}}}{6 \text{ делений}} = \frac{30 \frac{\text{км}}{\text{ч}}}{6 \text{ делений}} = 5 \frac{\text{км}}{\text{ч}}/\text{деление}$. Его показания равны $v_1 = 30 \frac{\text{км}}{\text{ч}} + 2 \cdot 5 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 40 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **(2 балла)**

- Тогда цена деления для спидометра английской машины $K_2 = \frac{60 \frac{\text{миль}}{\text{ч}} - 40 \frac{\text{миль}}{\text{ч}}}{4 \text{ деления}} = \frac{20 \frac{\text{миль}}{\text{ч}}}{4 \text{ деления}} = 5 \frac{\text{миль}}{\text{ч}}/\text{деление}$. Его показания равны $v_2 = 40 \frac{\text{миль}}{\text{ч}} + 2 \cdot 5 \frac{\text{миль}}{\text{ч}} = 50 \frac{\text{миль}}{\text{ч}}$. **(2 балла)**
- С учётом соотношения между милями и километрами, получаем скорость второй машины в км/ч: $v_2 = 50 \frac{\text{миль}}{\text{ч}} \cdot 1,6 \frac{\text{км}}{\text{миля}} = 80 \text{ км/ч}$. **(2 балла)**
- Мы получили, что $v_2 = 2v_1$! **(2 балла)**
- Проверка другого предположения, - что машина №1 английская, а №2 – российская, приводит к противоречию. **(2 балла)**

Ответ: На английской машине стоит спидометр под №2. Его цена деления $K_2 = 5 \frac{\text{миль}}{\text{ч}}/\text{деление}$. показания равны $v_2 = 50 \frac{\text{миль}}{\text{ч}}$.

Указание: Без проверки участником обеих возможных ситуаций полного балла не давать! При этом приводить полные расчёты не требуется, достаточно указания, что это невозможно.

За каждое верно выполненное действие баллы складываются.

При арифметической ошибке (в том числе ошибке при переводе единиц измерения) оценка снижается на 1 балл.

Максимум за задание – 10 баллов.

4. Измерения.

Выполняя домашнюю лабораторную работу по измерению мелких тел, Петя положил в ряд несколько зерен крупы, измерил длину этого ряда, подсчитал количество зерен в ряду и рассчитал размер одного зернышка. Затем он повторил измерения с другим количеством тех же зернышек. Результаты не совпали: в первом случае размер оказался равен $d_1 = 2,4 \text{ мм}$, во втором $-d_2 = 2,5 \text{ мм}$. Ранее он записал, что длина первого ряда $l_1 = 36 \text{ см}$, а второго - $l_2 = 48 \text{ см}$. Сделав работу заново, он понял, что ошибся один раз – при подсчете количества зернышек. На сколько зернышек он мог ошибиться?

Решение:

- Нам неизвестно, когда ошибся Петя, - при первом подсчёте крупинок, или при втором. Поэтому возможны два варианта.
- Петя ошибся в первый раз. Тогда $N_{01} = \frac{l_1}{d_1} = \frac{36 \text{ см}}{2,4 \text{ мм}} = \frac{360 \text{ мм}}{2,4 \text{ мм}} = 150$ – это неверное число крупинок. **(2 балла)**
- Верный размер крупинки был получен во втором опыте, и верное число крупинок в первом опыте $N_1 = \frac{l_1}{d_2} = \frac{36 \text{ см}}{2,5 \text{ мм}} = \frac{360 \text{ мм}}{2,5 \text{ мм}} = 144$. **(2 балла)**
- В этом случае он ошибся на $\Delta N_1 = N_{01} - N_1 = 150 - 144 = 6$ крупинок. **(2 балла)**

- Если Петя ошибся во втором опыте, то находим «ложное» число крупинок и истинное, действуя аналогично: $N_{02} = \frac{l_2}{d_2} = \frac{48 \text{ см}}{2,5 \text{ мм}} = \frac{480 \text{ мм}}{2,5 \text{ мм}} = 192$ и $N_2 = \frac{l_2}{d_1} = \frac{48 \text{ см}}{2,4 \text{ мм}} = \frac{480 \text{ мм}}{2,4 \text{ мм}} = 200$. (2 балла)
- Таким образом, если он ошибся во втором опыте, то на $\Delta N_2 = N_2 - N_{02} = 200 - 192 = 8$ крупинок. (2 балла)

Ответ: Петя мог ошибиться при подсчёте в первом или во втором опыте. Если в первом – то он ошибся на 6 крупинок, если во втором – то на 8.

Указание: Поскольку в задании не требуется указывать, в какую сторону ошибся Петя – в меньшую (занизив количество), или в большую (завысив количество), этот параметр не оценивается никак.

За каждое верно выполненное действие баллы складываются.

При арифметической ошибке (в том числе ошибке при переводе единиц измерения) оценка снижается на 1 балл.

Максимум за задание – 10 баллов.

| Максимальное количество баллов за выполнение олимпиадных заданий | | | | | |
|---|----------|----------|----------|----------|--------------|
| Задание | 1 | 2 | 3 | 4 | Итого |
| Максимальное кол-во баллов | 10 | 10 | 10 | 10 | 40 |

В каждой задаче необходимо приводить полное решение, с необходимыми пояснениями. При отсутствии решения ответы не оцениваются.